

IV кръг, 9 юли 2014 г., х. Бузлуджа, теоретичен тур

Младша възраст

1 задача. Самотни мореплаватели. Красивият остров Изабела е един от Галапагоските острови в Тихия океан. От малко пристанище на острова, намиращо се точно на екватора, тръгват две яхти със самотни мореплаватели. Това става точно в полунощ, когато звездата Минтака от Орион се наблюдава в зенита. Яхтата „Фламинго” се отправя на запад и изминава по 100 морски мили на денонощие. Яхтата „Костенурка” пътува на изток и изминава по 20 морски мили на денонощие. Мореплавателите имат часовници, които вървят по местното време на острова.

- Кога ще настъпи следващата горна кулминация на Минтака за пристанището?
- Кога ще настъпи следващата горна кулминация на звездата за всяка от яхтите?
- Каква ще бъде продължителността на деня за всяка от яхтите?

Приемете, че морската миля е разстоянието, на което географската дължина на яхтите се изменя с една дъгова минута.

Решение:

Следваща горна кулминация на Минтака за пристанището – в 23 ч. 56 мин. на следващия ден за острова.

За „Фламинго” – видима ъглова скорост на Минтака

$$(360^\circ - 100') / 23 \text{ ч. } 56 \text{ мин.} = 14.97^\circ/\text{час}$$

$$360^\circ / 14.97^\circ = 24 \text{ ч. } 02 \text{ м. } 41 \text{ с.}$$

Кулминацията ще настъпи на по-следващия ден след тръгването в 0 ч. 02 м. 41 с.

Видимата скорост на Слънцето

$$(360^\circ - 100') / 24 \text{ ч.} = 14.93^\circ/\text{час}$$

$$\text{Продължителност на деня } 360^\circ / 14.97^\circ = 24 \text{ ч. } 06 \text{ м. } 42 \text{ с}$$

За „Костенурка” – видима ъглова скорост на Минтака

$$(360^\circ + 20') / 23 \text{ ч. } 56 \text{ мин.} = 15.04^\circ/\text{час}$$

$$360^\circ / 15.04^\circ = 23 \text{ ч. } 55 \text{ м. } 52 \text{ с.}$$

Кулминацията ще настъпи на следващия ден след тръгването в 23 ч. 55 м. 52 с.

Видимата скорост на Слънцето

$$(360^\circ + 20') / 24 \text{ ч.} = 15.01^\circ/\text{час}$$

$$\text{Продължителност на деня } 360^\circ / 14.97^\circ = 23 \text{ ч. } 58 \text{ м. } 40 \text{ с}$$

Задача 2. Облак от космически светулки. Участничката в астро-олимпиадата Владимира Иринева старателно се готви за наблюдателния тур. Вървейки вечер към връх Бузлуджа, тя установява, че гледана от 4.8 метра, средностатистическа светулка е ярка колкото звездата Арктур. Владимира си мисли какво ли би било, ако Алтаир не е звезда, а гигантски междузвезден облак от светулки. Имайки предвид, че светулката тежи средно 15g, оценете минималната възможна маса на облака от светулки. Паралаксът на Алтаир е 0.194". Атмосферното поглъщане да се пренебрегне.

Решение:

$$d = 4.8 \text{ м}$$

P – мощност на излъчване на 1 светулка

$$\text{Разстоянието до Алтаир е } r_{\text{ALT}} = 1/\pi'' = 5.15 \text{ pc.}$$

$$m_{\text{ARC}} = -0.04$$

$$m_{\text{ALT}} = 0.77$$

$$m_{\text{ALT}} = m_{\text{ARC}} - 2.5 \lg (E_{\text{ALT}}/E_{\text{ARC}}) = m_{\text{ARC}} - 2.5 \lg ((L_{\text{ALT}}/P) \cdot (d/r_{\text{ALT}})^2)$$

$$L_{\text{ALT}} = nP, n - \text{бр. светулки}$$

$$m_{\text{ALT}} = m_{\text{ARC}} - 2.5 \lg (n(d/r_{\text{ALT}})^2)$$

$$n(d/r_{\text{ALT}})^2 = 0.474$$

$$n = 0.474(r_{\text{ALT}}/d)^2 = 4.8 \times 10^{32}$$

$$M = nM_0 = 7.2 \times 10^{32} \text{ kg} = 3.6 \text{ сл. маси}$$

Задача 3. Бургаският астроном Стефан Иванов решава да постави рекорд по най-бързо фотографиране на най-много мъглявини, звездни купове и галактики. За целта той пътешества до Еквадор. Намира достатъчно тъмно място, монтира фотоапарата към телескопа, свързва го с компютъра и започва да предава изображенията чрез сателитна връзка до комисията по рекордите в Бургас. Но геостационарният спътник се поврежда и връзката прекъсва. Решен на всичко, Стефан изстрелва ракета с робот до спътника, за да го поправи. Ракетата лети по орбита с перигей в точката на изстрелване и с апогей в точката, където е спътникът.

- Защо Стефан избира такова място по Земята за своето наблюдение?
- Колко време ще трае полетът на ракетата до спътника?
- Ще може ли наистина ракетата да достигне до геостационарен спътник, чрез който да се осъществява връзка между Еквадор и България?
- В каква посока е по-добре да се изстреля ракетата?

Решение:

Мястото е избрано, защото Еквадор е на екватора, а от екватора се виждат цялата северна и цялата южна небесна полусфера заедно с всички обекти, към които Стефан проявява интерес.

Радиус на лунната орбита $r_L = 380\,000\text{ km}$

Орбитален период на Луната $T_L = 27.32\text{ d}$

Радиус на орбитата на спътника r_{gs}

Орбитален период на спътника $T_{gs} = 23\text{ ч. } 56\text{ м. } 04\text{ с.}$

$$r_L^3 / T_L^2 = r_{gs}^3 / T_{gs}^2$$

$$r_{gs} = r_L (T_{gs}^2 / T_L^2)^{1/3} \approx 41816\text{ km}$$

Голямата полуос на орбитата на ракетата с робота $a = (R_0 + r_{gs}) / 2 \approx 24056\text{ km}$

Орбитален период на ракетата T_R

$$a^3 / T_R^2 = r_{gs}^3 / T_{gs}^2$$

$$T_R = T_{gs} (a^3 / r_{gs}^3)^{1/2}$$

Времето за полет на ракетата $t = T_R / 2 \approx 5.235\text{ h}$

За това време Земята ще се завърти на ъгъл $\alpha = 360^\circ \cdot t / T_{gs} \approx 79^\circ$

Спътникът ще виси над точка, която е на $\Delta\lambda = 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ$ източно по географска ширина от мястото на наблюдение в Еквадор. Следователно той ще може да осъществява връзка между Бургас и това място.

Все едно е дали ракетата се изстрелва на изток или на запад – тя пак ще стигне до спътника. От гледна точка на по-малък разход на енергия е по-добре да се изстреля на изток, за да се използва скоростта на околосно въртене на Земята.

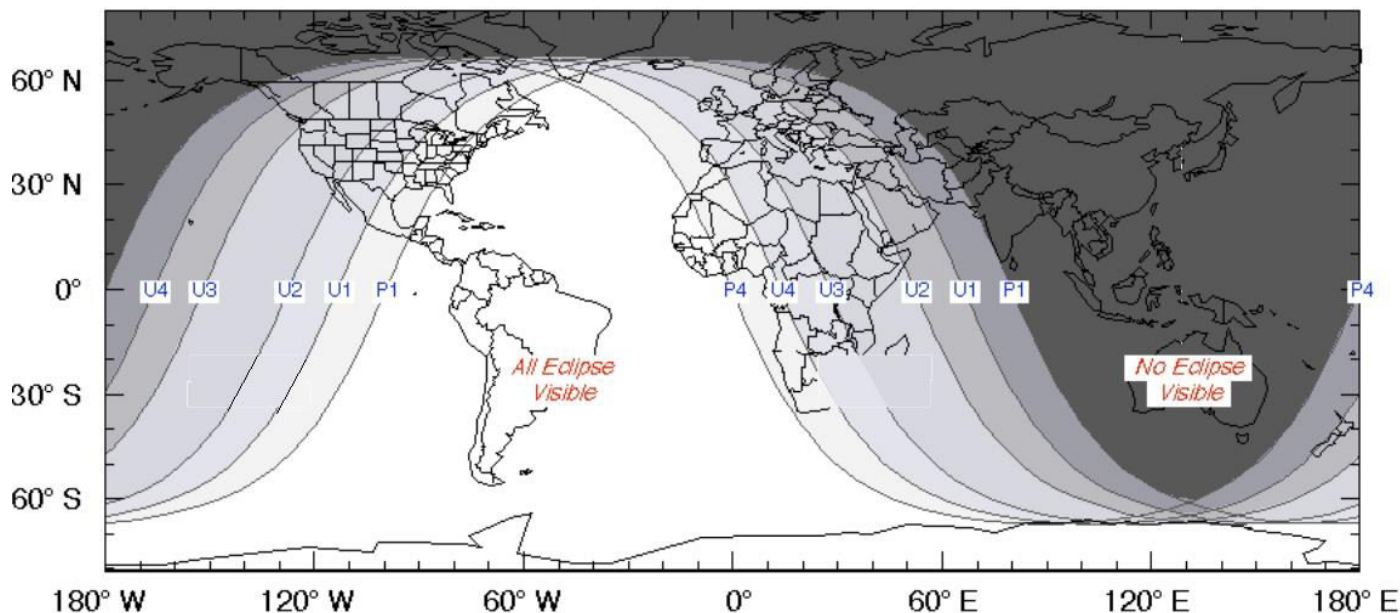
Задача 4. Лунно затъмнение. На изображението е показана карта, изобразяваща местата на видимост по земното кълбо (изобразени в светло) на едно пълно лунно затъмнение, което ще бъде наблюдавано през настоящия век.

- Приблизително през кой месец от годината то ще се наблюдава?
- Какви ще са условията за наблюдение на затъмнението в България? А в южните части на остров Гренландия?
- Направете необходимите измервания по картата и пресметнете колко ще бъде продължителността на пълната фаза на затъмнението (времето през което Луната е изцяло в земната сянка).

Всички Ваши отговори трябва да бъдат обяснени подробно.

Пояснение: Тъмната част на картата НЕ Е нощната половина на Земята! Тя е областта от земното кълбо, от която никаква част от лунното затъмнение няма да може да се наблюдава!

В случай, че правите някакви построения върху изображението, предайте този лист, заедно с писмената Ви работа!!!



Решение:

А) От предоставената ни карта виждаме, че лунното затъмнение не може да се наблюдава от никакви точки по земната повърхност с географска ширина по-голяма от 67° . Това всъщност е областта от земното кълбо за която Луната е неизгряващо светило. Следователно нейната деклинация е приблизително -23° . По време на лунно затъмнение Луната се намира в сянката на Земята, т.е. в точка от небесната сфера, която е противоположна на точката в която се намира Слънцето. Това означава, че деклинацията на Слънцето по време на това лунно затъмнение е около 23° . Тази деклинация е близка до наклона на земната ос, относно равнината на еклиптиката. Така можем да заключим, че лунното затъмнение се наблюдава около момента на лятно слънцестоене, т.е. месецът е юни.

В действителност, точната дата е 26 юни 2029г. Очевидно от учениците не може да се изисква тази дата да бъде посочена с точност до ден. При правилни разсъждения с пълен брой точки би следвало да се оценяват отговорите **юни и юли**.

Б) От картата виждаме, че в областта от която цялото лунно затъмнение ще бъде наблюдавано попадат Атлантическия океан и Южна Америка. Това означава, че по време на всички негови фази Луната ще бъде видима от тези географски области. България се намира между областта от която ще се наблюдава цялото затъмнение и тази от която никаква част от него няма да бъде видима. Това означава, че от нашата страна няма да бъде видимо цялото затъмнение, а само някаква негова част. Понеже, Земята се върти от запад на изток около своята ос, можем да заключим, че от страната ни ще се вижда началото на затъмнението до момента в който Луната ще залезе.

Можем да забележим, че България се намира между линиите, означени с U2 и U3. Те показват точките в които Луната залязва точно по време на втори и на трети контакт със земната сянка. Това са моментите в които Луната съответно навлиза изцяло в сянката и започва да излиза от нея. Следователно, от страната ни залязващата Луна ще бъде изцяло закрыта от сянката. Можем дори да отбележим, че България е по-близо до линията U2, т.е. Луната за нас ще залезе малко (няколко минути) след като е навлязла в земната сянка.

Южните част на Гренландия се намират точно там където двете „преходни“ области (областите от които се вижда някаква част от затъмнението) се събират. Можем да заключим, че поради това от там ще се наблюдава някаква част от затъмнението, но по един много интересен начин. За по южните части на острова Луната ще се вижда над хоризонта за много кратко време (тя ще бъде почти неизгряващо светило), но точно по време на затъмнението. Има една много малка област, която се намира непосредствено на границата на видимостта на затъмнението, където Луната ще изгрее и ще залезе докато е изцяло в сянката на Земята.

В) За да намерим продължителността на затъмнението, можем да намерим с колко градуса Земята се завърта за наблюдател, разположен на Луната.

За тази цел, първо построяваме Екватора, върху предоставената ни карта. Измерваме неговата дължина с линейка и получаваме следната стойност: **$L=165 \text{ mm}$** .

Означаваме с **$T_{\text{зв}} = 23\text{h } 56\text{m } 04\text{s}$** звездното денонощие, а с **$T_{\text{сид}} = 27,3^{\text{d}}$** – сидеричния лунен месец.

Поради това, че Земята се върти около оста си в същата посока в която Луната по своята орбита, то за

периода на околоосно въртене на Земята, относно лунния наблюдател Т, можем да запишем следното съотношение:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_{3E}} - \frac{1}{T_{SYD}}$$

Откъдето:

$$T = \frac{T_{SYD} T_{3E}}{T_{SYD} - T_{3E}} \approx 24h50min$$

Означаваме с А и В точките в които Екваторът се пресича съответно с линиите U2 и U3. В тези точки по Екватора Луната се намира на хоризонта, залязвайки, точно в моментите в които навлиза напълно и започва да излиза от земната сянка. Разликата в техните географски дължини съответства на ъгъла на който Земята се завърта за времето на пълната фаза на затъмнението, гледана от Луната. Измерваме дължината на отсечката **AB = 12 mm**.

Следователно, времето, за което Земята, ще се завърти на ъгъла, на който тя съответства е:

$$t = \frac{AB}{L} T \approx 1h48min.$$

5 задача. Звездата на смъртта. В орбита около Луната навлиза “Звездата на смъртта 3” – огромен космически кораб с диаметър 900 км, управляван от владетеля на тъмната сила Емо Георгиев. Корабът е покрит с поглъщащ всяко електромагнитно лъчение слой, което го прави невидим за непосредствено наблюдение. Обаче при преминаване пред диска на Луната, той може да се види като тъмен кръг на фона на лунната повърхност. Започналите наблюдения показват, че той се движи по кръгова орбита, като преминава близо до центъра на лунния диск на всеки 3 часа 35 минути и 25 секунди.

- Определете на каква височина над лунната повърхност се движи огромният космически кораб.

- Нарисувайте схематично кривата на блясъка на Луната в пълнолуние, като спазвате мащаба по оста на звездните величини. Означете на кривата характерните точки на преминаването на кораба пред Луната. Нарисувайте орбитата му около Луната и положенията на кораба върху орбитата в характерните точки от кривата на блясъка. Коментирайте кратко формата на кривата на блясъка.

Приемете, че орбитата на Луната е кръгова.

Решение: За да определим на каква височина се движи “Звездата на смъртта” над лунната повърхност, трябва да определим периода ѝ на обикаляне около Луната. Интервалът от време за преминаване на кораба близо до центъра на Лунния диск е равен на синодичния период за земен наблюдател. Понеже няма информация за положението на наблюдателите по земната повърхност, а периодът е даден с голяма точност, предполагаме че става дума за синодичния период относно линията Земя – Луна. Посоката на движение на кораба около Луната не е дадена, поради което ще разгледаме два случая – на право и обратно движение.

Нека корабът обикаля около Луната в посоката на орбиталното ѝ движение. Тогава за връзката между синодичния и сидеричния период на кораба може да напишем:

$$\frac{1}{T_{Syn}} = \frac{1}{T_{Sid}} - \frac{1}{T_L}, \quad \frac{1}{T_{Sid}} = \frac{1}{T_{Syn}} + \frac{1}{T_L}$$

$$T_{Sid} = \frac{T_{Syn} \cdot T_L}{T_L + T_{Syn}} = 0^d.1488 = 3^h34^m15^s = 12855^s$$

За случая на обикаляне на кораба в посока обратна на орбиталното движение на Луната, пишем съотношенията:

$$\frac{1}{T'_{Sid}} = \frac{1}{T_{Syn}} - \frac{1}{T_L}$$

$$T'_{Sid} = \frac{T_{Syn} \cdot T_L}{T_L - T_{Syn}} = 0^d.150424 = 3^h36^m37^s = 12997^s$$

Радиуса на орбитата намираме от третия закон на Кеплер. За движението в права посока:

$$r = \sqrt[3]{T_{Sid}^2 \frac{\gamma \cdot M_L}{4\pi^2}} = 2738 \text{ km}$$

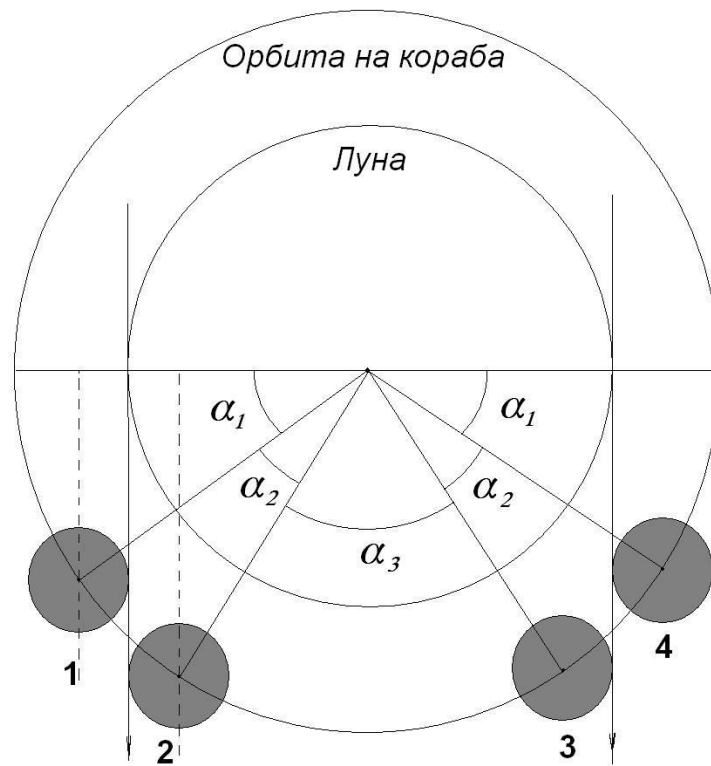
Тогава височината над повърхността на Луната е : $h = r - R_L = 1000 \text{ km}$

За движението в обратна посока, пресмятаме радиуса на орбитата, като използваме сидеричния период, получен за случая на обратно движение и получаваме:

$$\begin{aligned} r' &= 2758 \text{ km} \\ h' &= r' - R_L = 1020 \text{ km} \end{aligned}$$

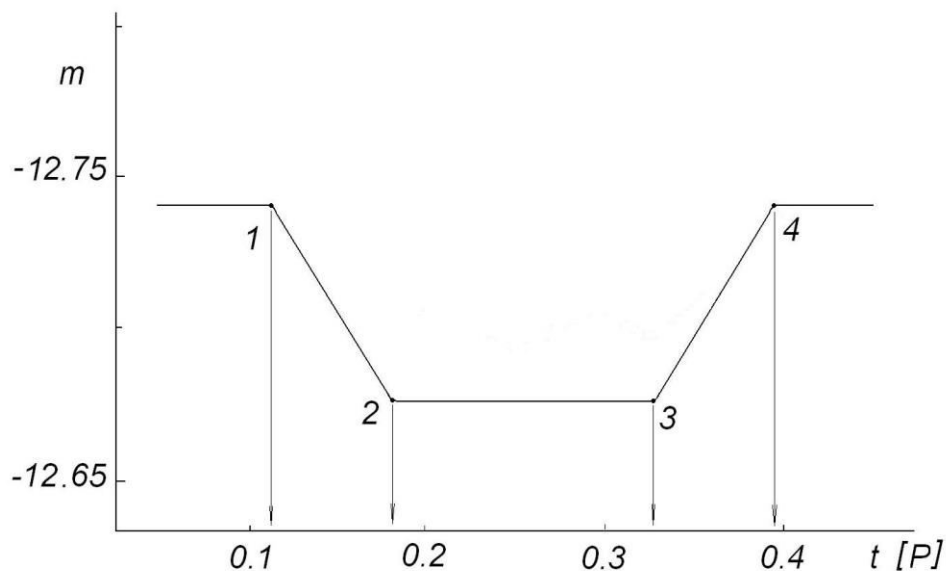
Приемаме, че Луната е достатъчно далеч в сравнение на размерите на орбитата кораба и затова ще строим посоките към наблюдателя успоредни.

На Фиг.1 са показани Луната, орбитата на кораба и характерни моменти от пасажа на кораба върху диска на Луната – първи контакт, втори контакт, трети контакт и четвърти контакт, както и положението на кораба по орбитата му в четирите контакта. Виждаме, че времето между характерните точки е пропорционално на ъгъла който кораба е изминал по орбитата си. Това се дължи на равномерното движение на кораба по орбитата.



Фиг. 1

Ето как ще изглежда кривата на блясъка на Луната:



Фиг. 2

Разликата в звездните величини в минимум и максимум се определя от отношението на площите на Луната и на Луната без площта, засенчена от “Звездата на смъртта” :

$$\Delta m = -2.5 \lg \left(\frac{S_L - S_{DS}}{S_{DS}} \right) = 0^m.075$$

Ако повърхността на Луната беше с равномерна отражателна способност, кривата на блясъка би следвала нарисованата непрекъсната крива. Минимумът е плосък, защото дискът на Луната, като цяло, изглежда равномерно осветен от Слънцето поради особеностите в разсейването на светлината от лунната повърхност (както е и при други планети).

Справочни данни:

Орбитален период на Луната	– 27 ^d .32
Маса на Луната	– 7.35×10 ²² kg
Радиус на Луната	– 1738 km
Радиус на Земята	– 6378 km
Гравитационна константа	– 6.67×10 ⁻¹¹ N.m ² .kg ⁻²
Звездна величина на Луната в пълнолуние	– -12.74 ^m
Синодичен лунен месец	– 29.5 денонощия
Звездно денонощие	– 23 ч. 56 м. 04 с.